

1 Komplexe Zahlen

Selbsttest : Kreuzen Sie im Folgenden das Zutreffende an :

Wahr	Falsch	Aufgabe
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$i = \sqrt{-1}$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\bar{z} = -z, \forall z \in \mathbb{C}$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$i = i^{1+4n}$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ (mit \mathbb{N}_0 ist die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null gemeint)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$ z = a^2 + b^2$ wobei $z = a + i \cdot b$ gilt
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$ z = 1 \Leftrightarrow z^k = 1, \forall k \in \mathbb{R}$

1. Aufgabe : Berechnen Sie die folgenden Produkte und Summen. Stellen Sie das Ergebnis in der Form $a + i \cdot b$ dar, wobei $a, b \in \mathbb{R}$ gilt :

- i) $(6 + i \cdot 2) + (2 + i \cdot 6)$
- ii) $(6 + i \cdot 2)(2 + i \cdot 6)$
- iii) $(2 - i \cdot 5) + (-2 + i \cdot 6)$
- iv) $(3 + 8i)(3 - 8i)$

2. Aufgabe : Gegeben seien zwei komplexe Zahlen $z_1 = 4 + 7i$ und $z_2 = 3 - 4i$. Bestimmen Sie :

- i) Real- und Imaginärteil der Zahlen z_1 und z_2
- ii) Den Betrag der Zahlen z_1 und z_2
- iii) Produkt und Summe der Zahlen z_1 und z_2 sowie deren Real- und Imaginärteil
- iv) Den Quotienten der Zahlen z_1 und z_2 (also : $\frac{z_1}{z_2}$) sowie den Real- und Imaginärteil

3. Aufgabe : Gegeben sind die komplexen Zahlen :

$$z_1 = 2 + 3i; z_2 = 3 + i; z_3 = i; z_4 = 5.$$

Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil, den Betrag und die komplex konjugierte Zahl von :

$$z_3; z_4; -z_1; \bar{z}_2; z_1 z_3; z_2 z_4; z_1 / z_3$$

Was ist hier festzustellen ?

4. Aufgabe : Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der gaußschen Zahlenebene (komplexen Zahlenebene) :

$$\begin{aligned} M_1 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\} \\ M_2 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z + z_1| = 1; z_1 = 1 + 2i\} \\ M_3 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z + z_1| = 3; z_1 = 1 + 2i\} \\ M_4 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \geq 2\} \\ M_5 &= \{z \in \mathbb{C} \mid |Re(z)| + |Im(z)| = 2\} \end{aligned}$$